Colloquium poprawkowe

1. Jaką oszczędność w zarządzaniu działem Biura Obsługi Klienta (polegającą na redukcji liczby stanowisk obsługi) mogą odnotować dwa poniżej opisane przedsiębiorstwa, które zdecydują się na połączenie?
Każda z firm przed połączeniem posiadała 13 stanowisk obsługi, a średni czas obsługi był taki sam w obu firmach. Obciążenie każdego z biur wynosiło 10 Erlangów. W każdej z firm 95% klientów czekało na obsługę nie dłużej niż 6 sekund i nie powinno się to pogorszyć po fuzji tych firm.
Proszę założyć, że zgłoszenia telefoniczne przychodzą zgodnie z rozkładem Poissona, a czasy trwania rozmów dane są rozkładem wykładniczym. Dzwoniący klienci czekają tak długo, aż zostaną obsłużeni.
(max 12 punktów)

2. Serwer z bazą danych obsługuje zgłoszenia przychodzące średnio co 5 sekund (zgodnie z rozkładem Poissona). Serwer ten posiada dwa stanowiska obsługi – każde z nich pracuje ze średnią intensywnością dziewięciu zgłoszeń na minutę, czasy obsługi dane są odpowiednim rozkładem wykładniczym. W razie potrzeby czekające zgłoszenia zapisywane są w buforze, o którym można założyć, że jest nieskończenie duży.
Proszę policzyć:
- średni czas, jaki upływa od momentu wygenerowania zgłoszenia do zakończenia jego obsługi,
- średnią liczbę zgłoszeń obsługiwanych w ciągu godziny przez cały serwer,
- maksymalną intensywność przychodzących zgłoszeń, którą serwer byłby jeszcze w stanie obsłużyć.

(max 15 punktów)

3. Ruch telekomunikacyjny w każdym z 108 łączy wejściowych do węzła-multipleksera jest dany rozkładem jednostajnym z przedziału <0, X> Mbit/s. Przepustowość każdego z łączy wejściowych wynosi X Mbit/s, natomiast przepustowość łącza wyjściowego z multipleksera wynosi 6 Mbit/s.
Ile maksymalnie może wynosić wartość X, aby łącze wyjściowe z multipleksera było w stanie obsłużyć cały ruch telekomunikacyjny przez 99 % czasu ? *(max 10 punktów)*

4. Pewien system posiada 5 stanowisk obsługi – każde z nich obsługuje pojedyncze zgłoszenie średnio w 8 milisekund. Zgłoszenia przychodzą do systemu cały czas z tą samą średnią intensywnością równą 250/sekundę. Te, których system nie jest w stanie obsłużyć od razu (wszystkie stanowiska są zajęte), są odrzucane.
Proszę obliczyć prawdopodobieństwa wszystkich stanów tego systemu, procent zgłoszeń odrzuconych oraz średnią liczbę jednocześnie pracujących stanowisk obsługi.
Proszę założyć, że zgłoszenia przychodzą zgodnie z rozkładem Poissona, a czasy obsługi podlegają rozkładowi wykładniczemu. *(max 13 punktów)*

Powodzenia.

Rozkład Poissona: $P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} \cdot \exp(-\lambda t)$, m = λt, $\sigma^2 = \lambda t$

Rozkład wykładniczy: $a(t) = \lambda \cdot \exp(-\lambda t)$, m = 1/λ, $\sigma^2 = 1/\lambda^2$

Rozkład Gaussa (normalny): $N(m,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \exp(-\frac{(\mathrm{x - m})^2}{2\sigma^2})$

Dla rozkładu jednostajnego na przedziale (0,A) : m = A/2, $\sigma^2 = A^2/12$

Model C-Erlanga: $P_{Delay>t} = P_D \cdot e^{-(N-\rho)\cdot\mu\cdot t}$ $\quad D = P_{Delay} \cdot \frac{1}{\mu \cdot (N-\rho)}$

Zależność Pollaczka-Chinczyna: $L_{wait} = \frac{\rho^2}{2(1-\rho)} \cdot \left[1 + \frac{\sigma^2}{\tau_{śr}^2}\right]$

Strumienie samopodobne: $L = \frac{\rho^{\frac{1}{2(1-H)}}}{(1-\rho)^{\frac{H}{1-H}}}$ $\quad \sigma_{nt}^2 = \frac{\sigma_t^2}{n^{2-2H}}$