

Ćwiczenia I

1. Proszę policzyć średnią i wariancję dla zmiennej losowej zdefiniowanej jako suma oczek w rzucie dwoma kośćmi sześciocinnymi.

$$\text{Odpowiedzi: } \langle x \rangle = 7, \sigma^2 = \frac{35}{6}.$$

2. Proszę policzyć średnią i wariancję zmiennej losowej o rozkładzie jednostajnym, przyjmującej wartości z przedziału $\langle 0, 1 \rangle$. Ile wyniosłaby średnia i wariancja, gdyby był to przedział $\langle 0, 2 \rangle$?

$$\text{dla } \langle 0, 1 \rangle: m = 0.5, \sigma^2 = \frac{1}{12}, \quad \text{dla } \langle 0, 2 \rangle: m = 1, \sigma^2 = \frac{1}{3}.$$

3. Dana jest funkcja :

$$f(x) = \begin{cases} A \cdot x, & x \in \langle 0, 1 \rangle \\ 0, & \text{dla } x < 0 \text{ lub } x > 1 \end{cases}$$

Jaka powinna być wartość A, aby $f(x)$ mogła być gęstością prawdopodobieństwa ciągłej zmiennej losowej X ? Proszę policzyć średnią i wariancję X.

$$A = 2 \Rightarrow m = \frac{2}{3}, \sigma^2 = \frac{1}{18}.$$

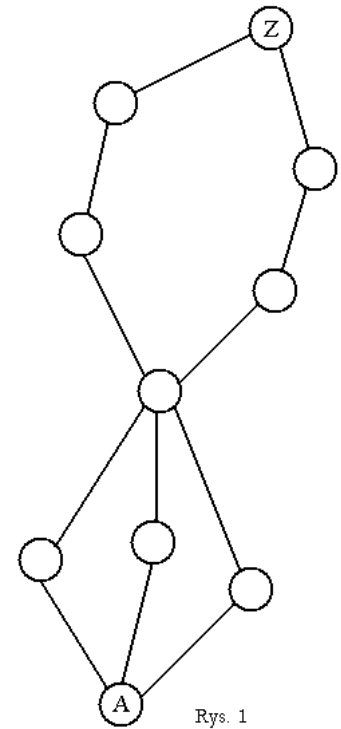
4. Pewna sieć kablowa zbudowana jest z łączy dwóch rodzajów. Łącza lepszej jakości A są scharakteryzowane przez bitową stopę błędów $\text{BER} = 10^{-9}$. Bitowa stopa błędów dla łączy B wynosi $\text{BER} = 10^{-8}$. 70 % sieci to łącza typu B. Dla testów, wybrano na chybił trafił jedno łącze i użyto go do transmisji 1 kB danych. Transmisja okazała się być bezbłędna. Proszę podać prawdopodobieństwo, że było to łącze typu A.

$$P = \frac{30\% \cdot (1 - 10^{-9})^{8000}}{30\% \cdot (1 - 10^{-9})^{8000} + 70\% (1 - 10^{-8})^{8000}}$$



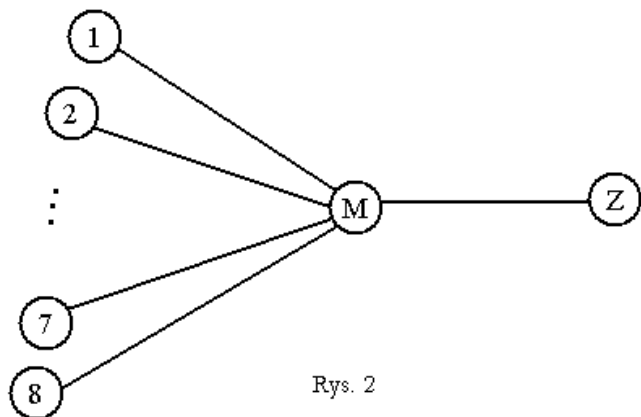
5. Między węzłami A i Z zbudowano sieć transmisyjną (rys. 1). Niektóre połączenia zrównoleglono – w razie awarii łącza równoległe mogą być używane zamiennie. Prawdopodobieństwo, że danego dnia pojedyncze łącze (łączące dwa sąsiednie węzły) będzie wyłączone (np. z powodu awarii) jest równe E . Proszę obliczyć prawdopodobieństwo, że transmisja między węzłami A i Z będzie możliwa przez 10 dni z rzędu.

$$P = ((1 - (1 - (1 - E)^2)^3) \cdot (1 - (1 - (1 - E)^3)^2))^{10}$$



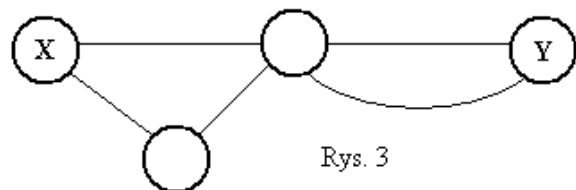
6. Ruch telekomunikacyjny od każdego z węzłów 1, 2, ..., 8 do węzła M jest równy 600 kb/s z prawdopodobieństwem 60% i 1.6 Mbit/s z prawdopodobieństwem 40% (rys. 2). Ile wynosi średnia wartość przepływności strumienia ruchu wpływającego do węzła M? Proszę zaprojektować przepustowość łącza M–Z tak, aby było w stanie obsłużyć cały przychodzący ruch telekomunikacyjny przynajmniej przez 99% czasu.

Odpowiedzi:
 średnia przepływność – 8 Mbit/s,
 przepustowość projektowanego łącza – 10.8 Mbit/s.



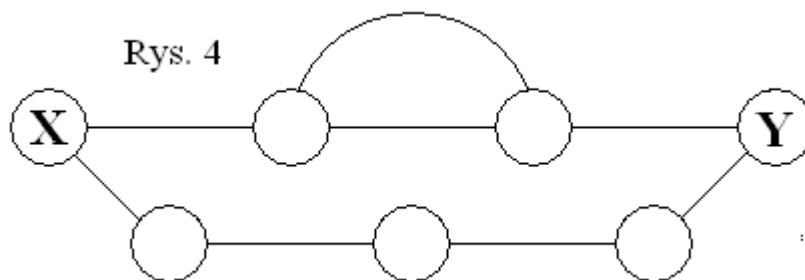
7. Sieć transmisji danych łącząca węzły X i Y przedstawiona jest na rysunku 3. Na wypadek awarii, niektóre połączenia zrównoleglono. Każde pojedyncze łącze (pomiędzy dwoma sąsiednimi węzłami) działa poprawnie z prawdopodobieństwem równym K . Proszę obliczyć prawdopodobieństwo, że w danej chwili przesłanie danych między węzłami X i Y jest możliwe.

$$P = [1 - (1 - K)^2] \cdot [1 - (1 - K)(1 - K^2)]$$



↓

8. Sieć transmisji danych łącząca węzły X i Y przedstawiona jest na rysunku 4. Na wypadek awarii, niektóre połączenia zrównoległono. Każde pojedyncze łącze (pomiędzy dwoma sąsiednimi węzłami) działa poprawnie z prawdopodobieństwem równym T . Proszę obliczyć prawdopodobieństwo, że w danej chwili przesłanie danych między węzłami X i Y jest możliwe.

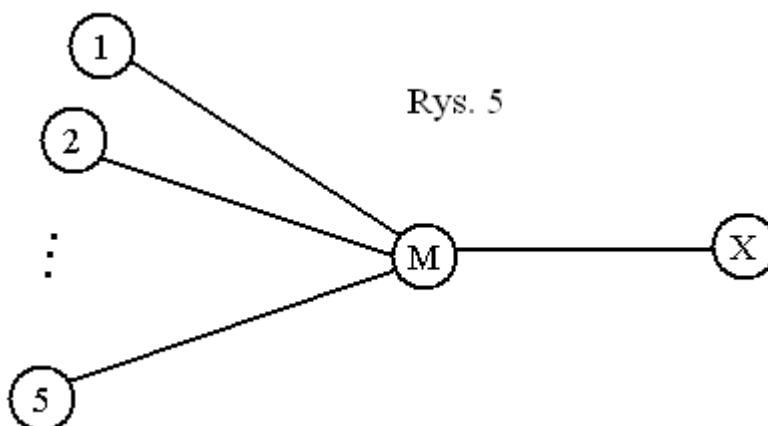


Odpowiedź: $P = 2T^3 - 2T^7 + T^8$

9. Wielkość strumienia danych wpływającego do węzła M z każdego z węzłów 1, ..., 5 (patrz rys. 5) jest dana rozkładem prawdopodobieństwa zgodnie z poniższą tabelą:

Strumień danych [kB/s]	0	100	200	300	600
Prawdopodobieństwo	10 %	20 %	30 %	30 %	10 %

Z węzła M, wszystkie dane kierowane są do węzła X. Proszę tak zaplanować przepustowość łącza M-X, aby łącze to mogło obsłużyć cały kierowany do niego ruch telekomunikacyjny przynajmniej przez 99.99 % czasu.



Odpowiedź : 2.7 MB/s.