

Na rysunku D1-1 przedstawiono szkic układu Ziemia-satelita. Na orbicie geostacjonarnej są umieszczone: nadajnik pożądaný T oraz nadajniki zakłócające T_p . Punkt P jest tzw. punktem podsatelitarnym, tzn. punktem przecięcia powierzchni Ziemi przez prostą łączącą satelitę z jej środkiem. W przypadku orbity geostacjonarnej punkt podsatelitarny leży zawsze na równiku, a jego długość geograficzna określa jednoznacznie położenie satelity na orbicie. Punkt S (S_i) jest punktem wycelowania anteny nadajnika T (T_i), czyli punktem przecięcia się osi wiązki nadawczej z powierzchnią Ziemi. Punkt R jest punktem odbioru.

Do obliczenia odległości nadajnik satelitowy-punkt obserwacji na powierzchni Ziemi musimy umieć obliczyć długość ortodromy, tj. długość krótszego łuku wielkiego koła przechodzącego przez dwa dane punkty na powierzchni kuli. Przyjmujemy, że Ziemia jest kulą o promieniu $a = 6\,378$ km (promień równikowy), a orbita geostacjonarna — okręgiem o promieniu $R = a + H = 42\,164$ km (wysokość orbity nad powierzchnią Ziemi $H = 35\,786$ km).

Obliczanie ortodromy. Mamy dane dwa punkty na powierzchni Ziemi: punkt A o współrzędnych geograficznych (λ_A, φ_A) i punkt B o współrzędnych geograficznych (λ_B, φ_B) (rys. D1-2). Długość ortodromy d , równą

Punkt wycelowania ma następujące współrzędne geograficzne (rys. 2-5):

$$\lambda_S = 19,3^\circ, \quad \varphi_S = 51,8^\circ$$

Współrzędne geograficzne Wrocławia:

$$\lambda_R = 17,05^\circ, \quad \varphi_R = 51,12^\circ$$

Ze wzoru (D1-2) znajdujemy

$$\begin{aligned} \cos \alpha_{SR} &= \sin 51,8^\circ \sin 51,12^\circ + \cos 51,8^\circ \cos 51,12^\circ \cos (19,3^\circ - 17,05^\circ) = \\ &= 0,7859 \cdot 0,7785 + 0,6184 \cdot 0,6277 \cdot 0,9992 = 0,9996 \end{aligned}$$

stąd

$$\alpha_{SR} = 0,02719 \text{ radiana} = 1,558^\circ$$

i odległość punkt wycelowania-Wrocław

$$d_{SR} = 6378 \cdot 0,02719 = 173,4 \text{ km}$$

Ze wzoru (D1-4) obliczamy azymut Wrocławia mierzony w punkcie wycelowania

$$\begin{aligned} \Phi_{SR} &= 2\pi - \arccos \frac{\sin 51,12^\circ - \sin 51,8^\circ \cos 1,558^\circ}{\cos 51,8^\circ \sin 1,558^\circ} = \\ &= 4,276 \text{ radiana} = 245^\circ \end{aligned}$$

Obliczanie odległości satelita-punkt obserwacji na powierzchni Ziemi. Na orbicie geostacjonarnej znajduje się satelita T , którego punkt podsatelitarny P ma współrzędne geograficzne $(\lambda_P = \lambda_T, 0)$. Punkt obserwacji R na powierzchni Ziemi ma współrzędne geograficzne (λ_R, φ_R) .

Po zastosowaniu do trójkąta TOR (rys. D1-3) twierdzenia kosinusów, otrzymujemy

$$\begin{aligned} d_{TR} &= \sqrt{a^2 + (a+H)^2 - 2a(a+H) \cos \alpha_{PR}} = \\ &= H \sqrt{1 + 2 \frac{a}{H} \left(1 + \frac{a}{H}\right) (1 - \cos \alpha_{PR})} \end{aligned} \quad (\text{D1-5a})$$

Po podstawieniu w miejsce a i H wartości liczbowych

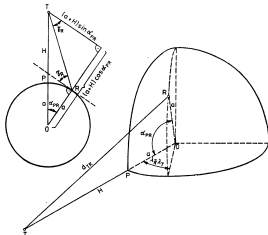
$$d_{TR} = H \sqrt{1 + 0,42(1 - \cos \alpha_{PR})} \quad (\text{D1-5b})$$

Satelitę widzieć z punktu obserwacji pod kątem γ_R (kątem elewacji satelity), określonym wzorem

$$\operatorname{tg} \gamma_R = \frac{(a+H) \cos \alpha_{PR} - a}{(a+H) \sin \alpha_{PR}} \quad (\text{D1-6a})$$

Po podstawieniu wartości liczbowych w miejsce a i H

$$\operatorname{tg} \gamma_R = \frac{\cos \alpha_{PR} - 0,1513}{\sin \alpha_{PR}} \quad (\text{D1-6b})$$



D1-3. Szkice do obliczania odległości i kąta elewacji satelity w miejscu odbioru

Przykład D1-2. Obliczyć odległość i kąt elewacji polskiego satelity oglądającego z Wrocławia.

Zgodnie z planem WARC-DBS (rys. 2-5) punkt podsatelitarny ma współrzędne geograficzne $(-1^\circ, 0^\circ)$. Po podstawieniu do wzoru (D1-2) $\lambda_A = -1^\circ$, $\lambda_B = 17,05^\circ$, $\varphi_A = 0^\circ$, $\varphi_B = 51,12^\circ$, otrzymujemy odległość ortodromową (w mierze kątowej) Wrocławia (punkt R) od punktu podsatelitarnego P

$$\cos \alpha_{PR} = \cos 51,12^\circ \cos (-1^\circ - 17,05^\circ) = 0,5968$$

$$\alpha_{PR} = 53,36^\circ$$

Korzystając następnie ze wzoru (D1-5b), obliczamy odległość satelity od Wrocławia

$$d_{TR} = 35786 \sqrt{1 + 0,42(1 - 0,5968)} = 38698 \text{ km}$$

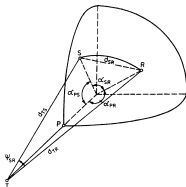
Satelitę widać we Wrocławiu pod kątem (wzór D1-6b)

$$\gamma_R = \arctg \frac{\cos 53,36^\circ - 0,1513}{\sin 53,36^\circ} = 29,04^\circ$$

Obliczanie kątów ψ_{SR} i ψ_{TT} . Sposób obliczania kąta ψ_{SR} ilustruje rysunek D1-4. Najpierw obliczamy za pomocą wzoru (D1-5) odległości d_{TS} i d_{TR} . Następnie obliczamy długość odcinka SR jako cięciwę łuku SR

$$d_{SR} = 2a \sin \frac{\alpha_{SR}}{2} \quad (\text{D1-7})$$

D1-4. Szkic
ilustrujący sposób
obliczania kąta Ψ_{SR}



Kąt Ψ_{SR} możemy teraz obliczyć z twierdzenia kosinusów

$$\cos \Psi_{SR} = \frac{d_{TS}^2 + d_{TR}^2 - d_{SR}^2}{2d_{TS}d_{TR}} \quad (D1-8)$$

W podobny sposób obliczamy kąt Ψ_{TT_i} (rys. D1-1)

$$\cos \Psi_{TT_i} = \frac{d_{TR}^2 + d_{TIR}^2 - d_{TT_i}^2}{2d_{TR}d_{TIR}} \quad (D1-9)$$

przy czym d_{TIR} jest odległością i -tego satelity zakłócającego (T_i) od punktu obserwacji (R), a d_{TT_i} jest długością cięciwy orbity geostacjonarnej między punktami T i T_i . Odległość d_{TIR} obliczamy według wzoru (D1-5), długość cięciwy d_{TT_i} natomiast wyraża się wzorem

$$d_{TT_i} = 2(a+H) \sin \frac{|\lambda_T - \lambda_{T_i}|}{2} \quad (D1-10)$$

w którym λ_T i λ_{T_i} są odpowiednio pozycjami satelitów użytecznego i zakłócającego.

Przykład D1-3. Obliczyć kąt między osią wiązki promieniowania polskiego satelity i prostą łączącą pozycję satelity z Wrocławiem (kąt Ψ_{SR}).

Odległość d_{TR} satelity od Wrocławia już policzyliśmy (przykład D1-2). Obliczymy teraz odległość d_{TS} satelity od punktu wycelowania. W tym celu wyznaczymy najpierw odległość ortodromową (w mierze kątowej) od punktu podsatelitarnego ($-1^\circ; 0$) do punktu wycelowania ($19,3^\circ; 51,8^\circ$). Stosując wzór (D1-2), otrzymujemy

$$\cos \alpha_{PS} = \cos 51,8^\circ \cos (-1^\circ - 19,3^\circ) = 0,5800$$

oraz

$$\alpha_{PS} = 54,55^\circ$$

a następnie ze wzoru (D1-5b) znajdujemy

$$d_{TS} = 38814 \text{ km}$$

Długość cięciwy wyliczymy z zależności (D1-7)

$$d_{SR} = 2 \cdot 6378 \sin \frac{1,558^\circ}{2} = 173,4 \text{ km}$$

Teraz możemy już obliczyć kąt Ψ_{SR} ze wzoru (D1-8)

$$\cos \Psi_{SR} = \frac{38814^2 + 38698^2 - 173,4^2}{2 \cdot 38814 \cdot 38698} = 0,99999447$$

więc

$$\Psi_{SR} = 0,19^\circ$$

Przykład D1-4. Obliczyć kąt między osią wiązki anteny odbiorczej umieszczonej we Wrocławiu, skierowanej na polskiego satelitę i prostą łączącą antenę odbiorczą z satelitą zakłócającym w pozycji ($5^\circ, 0^\circ$). Jest to satelita niosący nadajnik TUR 145B (planowany), pracujący w kanale 5. Nadajnik ten może więc powodować zakłócenia wspólnokanałowe.

Obliczymy najpierw odległość ortodromową w mierze kątowej od punktu podsatelitarnego P_i satelity TUR 145B ($\lambda_{Ti} = 5^\circ$; $\varphi_{Ti} = 0^\circ$) do punktu obserwacji R we Wrocławiu ($\lambda_R = 17,05^\circ$; $\varphi_R = 51,12^\circ$); korzystamy przy tym z zależności (D1-2)

$$\cos \alpha_{PiR} = \cos 51,12^\circ \cos (5^\circ - 17,05^\circ) = 0,6139$$

Odległość satelity zakłócającego od punktu obserwacji liczymy ze wzoru (D1-5b)

$$d_{TiR} = H \sqrt{1 + 0,42(1 - 0,6139)} = 38579 \text{ km}$$

Długość cięciwy orbity geostacjonarnej obliczymy z zależności (D1-10)

$$d_{TTi} = 2(a + H) \sin \frac{|-1^\circ - 5^\circ|}{2} = 4413 \text{ km}$$

Poszukiwany kąt Ψ_{TTi} możemy już łatwo wyznaczyć, korzystając ze wzoru (D1-8)

$$\cos \Psi_{TTi} = \frac{38698^2 + 38579^2 - 4413^2}{2 \cdot 38698 \cdot 38579} = 0,9935$$

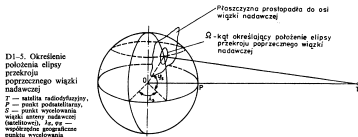
więc

$$\Psi_{TTi} = 6,55^\circ$$

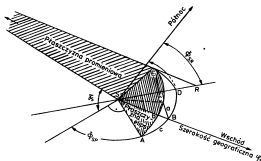
Obliczanie kąta połowy mocy wiązki nadawczej. W ogólnym przypadku wiązka nadawcza ma przekrój eliptyczny, scharakteryzowany dwoma kątami połowy mocy α_1 i α_2 w dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach. W celu umożliwienia korzystania z unormowanej charakterystyki

promieniowania satelitarnej anteny nadawczej, musimy wyznaczyć kąt Ψ_{TO} na podstawie znajomości kątów α_1, α_2 , orientacji wielkiej osi elipsy przekroju poprzecznego wiązki nadawczej Ω (rys. D1-5) i lokalizacji punktu odbiorczego (λ_2, φ_2) .

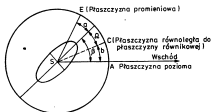
Przyjrzyjmy się rysunkowi D1-6, przedstawiającemu geometrie wiązki



a



b



DI-6. Szkice do obliczania skutecznej wartości kąta połowy mocy wiązki nadawczej

a — wzajemne położenie płaszczyzn: poziomej, promieniowej i płaszczyzny elipsy; b — płaszczyzna elipsy

nadawczej w punkcie wycelowania S . Dla uproszczenia założymy płaski model Ziemi, tzn. założymy, że punkt obserwacji R leży w płaszczyźnie stycznej do powierzchni Ziemi w punkcie wycelowania^{*1}. Oś wiązki nadawczej TS oraz prosta TR , przechodząca przez nadajnik satelitowy i punkt obserwacji, wyznaczają płaszczyznę „promieniową”. W punkcie S jako środka umieszczamy sferę styczną do prostej TR . Płaszczyzna „promieniowa” przecina tę sferę wzdłuż wielkiego koła, którego łuk DE pokazano na rysunku. Narysujemy teraz płaszczyznę prostopadłą do osi wiązki. Zawiera ona elipsę przekroju poprzecznego wiązki nie pokazaną na rysunku D1-5a (por. rys. D1-5) i przecina sferę wzdłuż wielkiego koła, którego fragmentem jest łuk AE (przy założeniu, że proste TR i TS są równoległe). Pełne koło wielkie i elipsę przekroju poprzecznego wiązki pokazano na rysunku D1-6b.

Stosownie do planu WARC-DBS położenie elipsy przekroju poprzecznego wiązki nadawczej odnosimy do linii równoległej do płaszczyzny równika. Na rysunkach D1-6a i D1-6b linię tę (SC) pokazano jako linię przerywaną. Płaszczyzna SBC jest równoległa do płaszczyzny równikowej i przecina płaszczyznę poziomą (styczną) wzdłuż prostej stycznej do równoleżnika w punkcie S . Kąt B trójkąta sferycznego ABC

$$B = \frac{\pi}{2} - \varphi_s \quad (D1-11)$$

Płaszczyzna „elipsy” zawierająca łuk AE jest prostopadła do osi wiązki nadawczej, która tworzy z płaszczyzną poziomą kąt γ_s (kąt elewacji satelity w punkcie wycelowania), zatem kąt A trójkąta sferycznego

$$A = \frac{\pi}{2} - \gamma_s \quad (D1-12)$$

Bok $c = AB$ trójkąta sferycznego leży w płaszczyźnie poziomej i może być wyrażony przez azymut satelity w punkcie wycelowania

$$c = \phi_{sp} - \pi \quad (D1-13)$$

Korzystając z równań (D1-11), (D1-12) i (D1-13) obliczymy teraz bok $b = AC$ trójkąta sferycznego, który określa kąt w płaszczyźnie „elipsy” między linią poziomą SA i linią SC równoległą do płaszczyzny równikowej.

Posłużymy się w tym celu wzorami Nepera:

$$\frac{\sin \frac{A+B}{2}}{\sin \frac{A+B}{2}} = \frac{\operatorname{tg} \frac{a-b}{2}}{\operatorname{tg} \frac{c}{2}} \quad (D1-14a)$$

*1) Założenie to robimy tylko dla uproszczenia rysunku. Wszystkie wyprowadzone w tym rozdziale zależności są słuszne również wówczas, gdy punkty S i R leżą na kulistej powierzchni Ziemi

$$\frac{\cos \frac{A-B}{2}}{\cos \frac{A+B}{2}} = \frac{\operatorname{tg} \frac{a+b}{2}}{\operatorname{tg} \frac{c}{2}} \quad (\text{D1-14b})$$

Odejmując i dodając stronami równania (D1-11) i (D1-12) otrzymujemy:

$$A-B = \varphi_S - \gamma_S, \quad A+B = \pi - \varphi_S - \gamma_S \quad (\text{D1-15})$$

Po podstawieniu wyrażeń (D1-15) i (D1-13) do wzorów Nepera (D1-14) i rozwiązaniu ich względem $(a-b)/2$ i $(a+b)/2$ otrzymujemy:

$$\frac{a-b}{2} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\sin \frac{\gamma_S - \varphi_S}{2} \operatorname{ctg} \frac{\Phi_{SP}}{2}}{\cos \frac{\varphi_S + \gamma_S}{2}} \quad (\text{D1-16a})$$

$$\frac{a+b}{2} = -\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\cos \frac{\gamma_S - \varphi_S}{2} \operatorname{ctg} \frac{\Phi_{SP}}{2}}{\sin \frac{\varphi_S + \gamma_S}{2}} \quad (\text{D1-16b})$$

Stąd już nietrudno wyznaczyć kąt b , co umożliwia określenie kąta między wielką osią elipsy i linią poziomą

$$\beta = b + \Omega \quad (\text{D1-17})$$

przy czym Ω jest kątem położenia elipsy przekroju poprzecznego wiązki nadawczej w planie WARC-DBS.

Kąt q , określający położenie płaszczyzny „promieniowej”, wyznaczmy rozpatrując trójkąt sferyczny ADE . Jest to trójkąt prostokątny, kątem prostym jest kąt E , ponieważ płaszczyzna „promieniowa” jest prostopadła do płaszczyzny „elipsy”. Bok $e = \widehat{AD}$ można wyrazić przez azymuty satelity Φ_{SP} i odbiornika Φ_{SR} w punkcie wycelowania

$$e = \Phi_{SP} - \Phi_{SR} - \frac{\pi}{2} \quad (\text{D1-18})$$

Stosując twierdzenie tangensów do trójkąta ADE

$$\operatorname{tg} d = \cos A \operatorname{tg} e \quad (\text{D1-19})$$

obliczamy bok $d = \widehat{AE}$

$$\operatorname{tg} d = \sin \gamma_S \operatorname{ctg} (\Phi_{SR} - \Phi_{SP}) \quad (\text{D1-20})$$

W ten sposób określiliśmy położenie płaszczyzny „promieniowej” względem linii poziomej w płaszczyźnie „elipsy”. Położenie płaszczyzny „promieniowej” względem wielkiej osi elipsy przekroju poprzecznego wiązki na-

dawczej opisuje zależność

$$q = d - \beta \quad (D1-21)$$

Wartość kąta połowy mocy wiązki nadawczej w płaszczyźnie „promieniowej” wyraża się wzorem

$$\varphi_{ro} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\cos q}{\alpha_1}\right)^2 + \left(\frac{\sin q}{\alpha_2}\right)^2}} \quad (D1-22)$$

w którym α_1 i α_2 są kątami połowy mocy wiązki nadawczej, określonymi w planie WARC-DBS.

Przykład D1-5. Obliczyć kąt połowy mocy wiązki nadawczej polskiego nadajnika satelitowego dla odbioru we Wrocławiu.

Według wzoru (D1-6) obliczamy kąt elewacji satelity w punkcie wycelowania, biorąc pod uwagę, że $\alpha_{SP} = 54,55^\circ$ (przykład D1-3)

$$\operatorname{tg} \gamma_S = \frac{\cos 54,55^\circ - 0,1513}{\sin 54,55^\circ} = 0,5264$$

więc

$$\gamma_S = 27,76^\circ$$

Azymut satelity mierzony w punkcie wycelowania obliczamy ze wzoru (D1-4)

$$\begin{aligned} \Phi_{SP} &= 2\pi - \arccos \frac{\sin 0^\circ - \sin 51,8^\circ \cdot \cos 54,55^\circ}{\cos 51,8^\circ \cdot \sin 54,55^\circ} = \\ &= 2\pi - 2,7016 = 3,5816 \text{ radiana} = 205,2^\circ. \end{aligned}$$

Mamy już wszystkie wielkości występujące we wzorach Nepera: $\gamma_S = 27,76^\circ$; $\varphi_S = 51,8^\circ$; $\Phi_{SP} = 205,2^\circ$. Po podstawieniu obliczonych wartości do wzorów (D1-16) i rozwiązaniu otrzymanego układu równań znajdujemy

$$b = 15,4^\circ$$

W planie WARC-DBS określono wartość kąta Ω dla polskiego satelity na 162° (rys. 2-5), wielka oś elipsy przekroju poprzecznego wiązki nadawczej tworzy więc z płaszczyzną poziomą kąt

$$\beta^h = 15,4^\circ + 162^\circ = 177,4^\circ$$

Określimy teraz położenie płaszczyzny promieniowej dla odbiornika umieszczonego we Wrocławiu. Pamiętając, że azymut Wrocławia, mierzony w punkcie wycelowania, wynosi $\Phi_{SK} = 245^\circ$ (przykład D1-1), otrzymujemy ze wzoru (D1-20)

$$\operatorname{tg} d = \sin 27,76^\circ \operatorname{ctg} (245^\circ - 205,2^\circ) = 0,5590$$

stąd

$$d = 29,2^\circ$$

Kąt q , określający położenie płaszczyzny promieniowej względem wielkiej osi elipsy przekroju poprzecznego wiązki nadawczej, przyjmuje wartość (wzór D1-21)

$$q = 29,2^\circ - 177,4^\circ = -148,2^\circ$$

Korzystając ze wzoru (D1-22) i biorąc pod uwagę, że w planie WARC-DBS przyjęto $\alpha_1 = 1,5^\circ$ i $\alpha_2 = 0,6^\circ$ (rys. 2-5), możemy już obliczyć wartość kąta połowy mocy wiązki nadawczej polskiego nadajnika satelitowego dla odbioru we Wrocławiu

$$\varphi_{70} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\cos 148,2^\circ}{1,5^\circ}\right)^2 + \left(\frac{\sin 148,2^\circ}{0,6^\circ}\right)^2}} = 0,96^\circ$$

Błąd wycelowania. Z różnych względów, położenie rzeczywistego punktu wycelowania osi wiązki nadawczej S' różni się od położenia określonego w planie WARC-DBS. Oznaczmy odchyłki współrzędnych geograficznych rzeczywistego punktu wycelowania S' od położenia nominalnego S przez $\Delta\lambda_S$ i $\Delta\varphi_S$. Rzeczywiste współrzędne geograficzne punktu wycelowania możemy zapisać następująco:

$$\lambda_{S'} = \lambda_S + \Delta\lambda_S, \varphi_{S'} = \varphi_S + \Delta\varphi_S \quad (\text{D1-23})$$

W planie WARC-DBS dokładność wycelowania określa się przez podanie kąta δ między rzeczywistą osią wiązki nadawczej i jej położeniem znamionowym. Znajdziemy związek między δ i odchyłkami $\Delta\lambda_S$ i $\Delta\varphi_S$. Jeżeli δ jest małe, rozwinijemy cosinus w szereg potęgowy i zachowamy tylko dwa pierwsze wyrazy rozwinięcia; otrzymamy wówczas

$$\delta^2 = \frac{d_{SS'}^2 - (d_{TS} - d_{TS'})^2}{d_{TS} d_{TS'}}$$

W mianowniku otrzymanego wyrażenia możemy pominąć różnicę między d_{TS} i $d_{TS'}$, ostatecznie więc

$$\delta^2 = \frac{d_{SS'}^2 - (d_{TS} - d_{TS'})^2}{d_{TS}^2} \quad (\text{D1-24})$$

Korzystając z wzoru (D1-5a) i biorąc pod uwagę, że odchyłki $\Delta\lambda_S$ i $\Delta\varphi_S$ są małe, możemy odległość d_{TS} zapisać następująco

$$\begin{aligned} d_{TS'} &= H \sqrt{1 + A[1 - \cos(\varphi_S + \Delta\varphi_S) \cos(\lambda_T - \lambda_S - \Delta\lambda_S)]} \approx \\ &\approx H \{1 + A[1 - \cos \varphi_S \cos(\lambda_T - \lambda_S) + \Delta\varphi_S \sin \varphi_S \cos(\lambda_T - \lambda_S) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\Delta\lambda_S \sin(\lambda_T - \lambda_S) \cos \varphi_S]^{1/2} \approx \\
& \approx d_{TS} + \frac{AH^2}{2d_{TS}} [\Delta\varphi_S \sin \varphi_S \cos(\lambda_T - \lambda_S) - \\
& - (\Delta\lambda_S \cos \varphi_S \sin(\lambda_T - \lambda_S))] \quad (D1-25)
\end{aligned}$$

Odległość $d_{SS'}$ obliczymy ze wzoru (D1-1), uwzględniając przy tym małość odchyłek $\Delta\lambda_S$ i $\Delta\varphi_S$. Otrzymujemy

$$d_{SS'} = a \sqrt{\Delta\varphi_S^2 + \Delta\lambda_S^2 \cos^2 \varphi_S} \quad (D1-26)$$

Po podstawieniu wyrażeń (D1-25) i (D1-26) do wzoru (D1-24) znajdujemy równanie elipsy odchyłek

$$\begin{aligned}
& \Delta\varphi_S^2 + \Delta\lambda_S^2 \cos^2 \varphi_S - \left(\frac{a+H}{d_{TS}} \right)^2 [\Delta\varphi_S \sin \varphi_S \cos(\lambda_T - \lambda_S) - \\
& - \Delta\lambda_S \cos \varphi_S \sin(\lambda_T - \lambda_S)]^2 - \frac{d_{TS}^2}{a^2} = 0 \quad (D1-27)
\end{aligned}$$

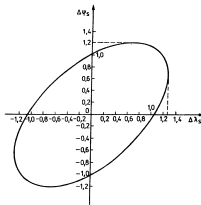
Przykład D1-6. Obliczyć odchyłki położenia punktu wycelowania wiązki nadawczej polskiego satelity przy założeniu, że odchyłka wiązki wynosi $0,1^\circ$ (wartość określona w planie WARC-DBS).

Podstawiamy do równania (D1-27) znane wielkości

$$\delta = 0,1^\circ, \quad d_{TS} = 38814 \text{ km}, \quad \lambda_T = -1^\circ, \quad \lambda_S = 19,3^\circ, \quad \varphi_S = 51,8^\circ$$

po uporządkowaniu otrzymujemy następujące równanie

$$0,3590 \Delta\varphi_S^2 + 0,3281 \Delta\lambda_S^2 - 0,3732 \Delta\varphi_S \Delta\lambda_S - 0,1128 \cdot 10^{-3} = 0$$



tu
 $\varphi_S =$
 $51,8^\circ,$
 $0,1^\circ)$

D1-8. Obszar, w którym może znajdować się punkt wycelowania wiązki nadawczej polskiego nadajnika satelitowego



Wykres tego równania pokazano na rysunku D1-7. Największe odchyłki wynoszą $\Delta\lambda_s = \pm 1,27^\circ$ i $\Delta\varphi_s = \pm 1,21^\circ$, co odpowiada przesunięciu punktu wycelowania o 87 km wzdłuż równoleżnika lub o 135 km wzdłuż południka. Największa odchyłka położenia punktu wycelowania wynosi ± 142 km (rys. D1-8).

D2. Skręcenie płaszczyzny polaryzacji

W telekomunikacji satelitarnej wykorzystuje się ortogonalne polaryzacje liniowe: poziomą i pionową. Określenie polaryzacji odnosi się do punktu podsatelitarnego. W przypadku polaryzacji poziomej wektor pola elektrycznego leży w płaszczyźnie równikowej, w przypadku polaryzacji pionowej — w płaszczyźnie południkowej przechodzącej przez punkt podsatelitarny. Wskutek krzywizny Ziemi położenie wektora pola elektrycznego w odniesieniu do lokalnych płaszczyzn: równoleżnikowej i południkowej ulega zmianie.

Rozpatrzmy przypadek polaryzacji pionowej. Wszystkie płaszczyzny polaryzacji fali emitowanej z satelity są równoległe do osi Ziemi. Płaszczyzna polaryzacji pionowo spolaryzowanej anteny odbiorczej, ustawionej w kierunku satelity, jest wyznaczona przez lokalny pion i prostą łączącą

miejsce odbioru z satelitą. Jeśli miejsce odbioru ma tę samą długość geograficzną co punkt podsatelitarny, to płaszczyzna polaryzacji odbieranej fali i płaszczyzna polaryzacji anteny pokrywają się z płaszczyzną południkową, przechodzącą przez punkt podsatelitarny. Zachodzi wówczas pełne dopasowanie polaryzacyjne.

Jeśli odbiornik znajduje się na równiku ($\varphi_R = 0$), to płaszczyzna polaryzacji anteny odbiorczej jest płaszczyzną równikową. Płaszczyzna polaryzacji odbieranej fali jest prostopadła do płaszczyzny równikowej (równoległa do osi Ziemi), zachodzi więc całkowite niedopasowanie polaryzacyjne. W celu zapewnienia prawidłowych warunków odbioru należy promiennik anteny skrócić o 90° .

W ogólnym przypadku dowolnego położenia miejsca odbioru, kąt skrócenia płaszczyzny polaryzacji (ang. *skew angle*), tzn. kąt o który należy skrócić zespół promiennik — konwerter, aby uzyskać pełne dopasowanie polaryzacyjne, jest równy kątowi między płaszczyzną polaryzacji odbieranej fali i płaszczyzną polaryzacji anteny skierowanej ku satelicie i lokalnie spolaryzowanej pionowo.

Płaszczyzna polaryzacji odbieranej fali (rys. D2-1) jest wyznaczona przez położenie satelity S , położenie miejsca odbioru R i oś z (płaszczyzna polaryzacji fali jest równoległa do osi z). Równanie tej płaszczyzny możemy zapisać w postaci

$$(a \cos \varphi_R \sin \Delta\lambda)x - [a \cos \varphi_R \cos \Delta\lambda - (a + H)]y - a(a + H) \cos \varphi_R = 0 \quad (D2-1)$$

przy czym:

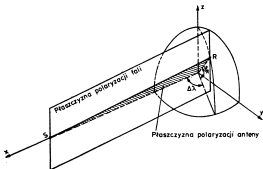
a — promień Ziemi,

$a + H$ — promień orbity geostacjonarnej,

λ_R, φ_R — współrzędne geograficzne miejsca odbioru,

λ_P — długość geograficzna punktu podsatelitarnego,

$\Delta\lambda = \lambda_R - \lambda_P$.



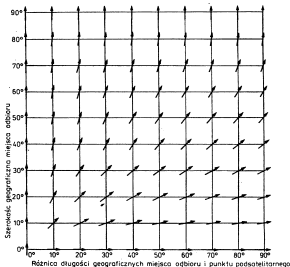
Płaszczyzna polaryzacji anteny odbiorczej jest wyznaczona przez położenie satelity S , położenie miejsca odbioru R i oś x (płaszczyzna polaryzacji anteny przechodzi przez środek Ziemi). Równanie tej płaszczyzny ma postać

$$(a \sin \varphi_R)y - (a \cos \varphi_R \sin \Delta\lambda)z = 0 \quad (\text{D2-2})$$

Kąt między tymi płaszczyznami jest kątem skręcenia płaszczyzny polaryzacji, opisuje go wzór

$$\cos \varepsilon = \frac{\sin \varphi_R}{\sqrt{(\sin^2 \varphi_R + \cos^2 \varphi_R \sin^2 \Delta\lambda) \left[1 + \left(\frac{a}{a+H} \right)^2 \cos^2 \varphi_R \sin^2 \Delta\lambda \right]}} \quad (\text{D2-3})$$

Wykres tego wzoru pokazano na rysunku D2-2.



D2-2. Kąt ε między płaszczyzną polaryzacji odbieranej fali i płaszczyzną polaryzacji anteny skierowanej ku satelicie i lokalnie spolaryzowanej pionowo (o ten kąt należy obrócić zespół promiennik-konwerter, aby uzyskać pełne dopasowanie polaryzacyjne)